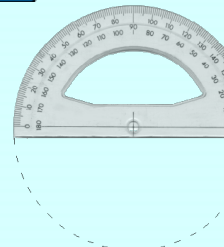
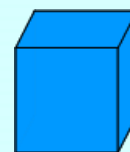


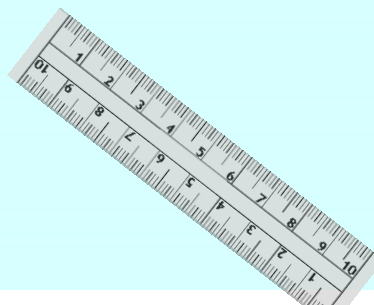
mathématiques 10e année



Salle 108
Mme Barton



le vendredi 28 septembre
2018



Chapitre 4

Les racines et les puissances

But du cours: AN3

Démontre une compréhension
des puissances comportant
des exposants rationnels et les radicaux.

Révision du travail de hier



Évalue sans calculatrice:

$$1296^{1/4}$$

$$\sqrt[4]{1296}$$

$$= 6$$

$$324^{1/2}$$

$$\sqrt{324}$$

$$= 18$$

$$216^{1/3}$$

$$\sqrt[3]{216}$$

$$= 6$$

Évalue sans calculatrice:

exposant \rightarrow
 $243^{2/5}$ indice \leftarrow

$$\left(\sqrt[5]{243}\right)^2$$

$$= 3^2$$

$$= 9$$

$$64^{3/2}$$

$$\left(\sqrt{64}\right)^3$$

$$= 8^3$$

$$= 512$$

Évalue sans calculatrice:

$$729^{1/3}$$

$$= \sqrt[3]{729}$$

$$= 9$$

$$512^{2/3}$$

$$\left(\sqrt[3]{512}\right)^2$$

$$= 8^2$$

$$= 64$$

Écris sous la forme d'une puissance ayant un exposant rationnel

$$\sqrt{8^3}$$

$$= 8^{\frac{3}{2}}$$

$$(\sqrt[4]{11})^3$$

$$= 11^{\frac{3}{4}}$$

Évalue chaque expression.

$$1,96^{3/2}$$

ou

$$1,96^{1,5}$$

ou

$$1,96^{(3 \div 2)}$$

$$= 2,744$$

$$= 2,744$$

Évalue chaque expression.

$S \rightarrow D$

$$3,24^{2/3}$$

$$3,24^{\frac{2}{3}}$$

$$3,24^{\frac{2}{3}}$$

$$3,24^{0,\overline{6}}$$

ou

$$3,24^{(2 \div 3)}$$

$$= 2,189\ 592\ 718\dots$$

$$2,189\ 592\ 718\dots$$

Note: Les exposants peuvent aussi être écrits sous forme décimale.

$$32^{1/5} = 32^{0,2}$$

$$16^{1/4} = 16^{0,25}$$

$$25^{1/2} = 25^{0,5}$$

Exemple 4**Utiliser des exposants rationnels**

Les biologistes utilisent la formule $c = 0,01m^{\frac{2}{3}}$ pour estimer la masse du cerveau, c , en kilogrammes, d'un mammifère ayant une masse corporelle de m kilogrammes. Estime la masse du cerveau de chaque animal.

- a) un chien husky ayant une masse corporelle de 27 kg
 b) un ours polaire ayant une masse corporelle de 200 kg

Page 226

Les biologistes utilisent la formule $c = 0,01m^{\frac{2}{3}}$ pour estimer la masse du cerveau, c , en kilogrammes, d'un mammifère ayant une masse corporelle de m kilogrammes. Estime la masse du cerveau de chaque animal.

- a) un chien husky ayant une masse corporelle de 27 kg
 b) un ours polaire ayant une masse corporelle de 200 kg

$$\begin{aligned}
 c &= 0,01m^{\frac{2}{3}} && (\sqrt[3]{27})^2 \\
 c &= 0,01(27)^{\frac{2}{3}} && 3^2 \\
 c &= 0,01(9) && 9 \\
 c &= 0,09 \text{ kg} &= & 90 \text{ g}
 \end{aligned}$$

$$200 \text{ kg}$$

$$C = 0,01 m^{\frac{2}{3}}$$

$$C = 0,01 (\underline{200})^{\frac{2}{3}}$$

$$C = 0,01 (\underline{200})^{0,6}$$

$$C = 0,01 (34,19951893)$$

$$C = 0,341995 \text{ kg} \rightarrow 342 \text{ g}$$

$200 \begin{matrix} \boxed{y} \\ \boxed{x} \end{matrix}$
 $(2 \div 3)$

SOLUTION

Utilise la formule $c = 0,01 m^{\frac{2}{3}}$.

a) Remplace m par 27.

$$c = 0,01 (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$c = 0,01 (\sqrt[3]{27})^2$$

$$c = 0,01 (3)^2$$

$$c = 0,01 (9)$$

$$c = 0,09$$

La masse du cerveau du husky est d'environ 0,09 kg.

Applique la priorité des opérations.
Commence par évaluer la puissance.

b) Remplace m par 200.

$$c = 0,01(200)^{\frac{2}{3}}$$

Utilise une calculatrice.

```
0.01(200)^(2/3)
0.341995189
```

La masse du cerveau de l'ours polaire est d'environ 0,34 kg.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Estime la masse du cerveau de chaque animal à l'aide de la

formule $c = 0,01m^{\frac{2}{3}}$.

- a) un orignal ayant une masse corporelle de (512 kg) sans calculatrice
- b) un chat ayant une masse corporelle de (5 kg) calculatrice

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Estime la masse du cerveau de chaque animal à l'aide de la formule $c = 0,01m^{\frac{2}{3}}$.

a) un orignal ayant une masse corporelle de 512 kg

b) un chat ayant une masse corporelle de 5 kg

$$= 512^{\frac{2}{3}}$$

$$= (\sqrt[3]{512})^2$$

$$= 8^2 = 64$$

$$C = 0,01 m^{\frac{2}{3}}$$

$$= 0,01 (512)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 0,01 (64)$$

$$C = 0,64 \text{ kg}$$

ou:

$$C = 640 \text{ g}$$

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Estime la masse du cerveau de chaque animal à l'aide de la formule $c = 0,01m^{\frac{2}{3}}$.

a) un orignal ayant une masse corporelle de 512 kg

b) un chat ayant une masse corporelle de 5 kg

$$C = 0,01 m^{\frac{2}{3}}$$

$$= 0,01 (5)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 0,01 (2,924 017 738 \dots)$$

$$C = 0,029 24 \dots$$

$$C = 0,029 \text{ kg}$$

$$C = 29 \text{ g}$$

[Réponses: a) environ 0,64 kg;
b) environ 0,03 kg]

**Y-a-t-il des questions
au sujet de ce travail?**

Page 227
Questions
3 à 16

Page 227

3. Évalue chaque puissance sans utiliser de calculatrice.

a) $16^{\frac{1}{2}}$

b) $36^{\frac{1}{2}}$

c) $64^{\frac{1}{3}}$

d) $32^{\frac{1}{5}}$

e) $(-27)^{\frac{1}{3}}$

f) $(-1\,000)^{\frac{1}{3}}$

4. Évalue chaque puissance sans utiliser de calculatrice.

Page 227

a) $100^{0,5}$

b) $81^{0,25}$

c) $1\,024^{0,2}$

d) $(-32)^{0,2}$

5. Écris chaque puissance sous la forme d'un radical.

a) $36^{\frac{1}{3}}$

b) $48^{\frac{1}{2}}$

c) $(-30)^{\frac{1}{5}}$

6. Écris chaque radical sous la forme d'une puissance.

a) $\sqrt{39}$

b) $\sqrt[4]{90}$

c) $\sqrt[3]{29}$

d) $\sqrt[5]{100}$

Page 227

7. Évalue chaque puissance sans utiliser de calculatrice.

a) 8^0

b) $8^{\frac{1}{3}}$

c) $8^{\frac{2}{3}}$

d) $8^{\frac{3}{3}}$

e) $8^{\frac{4}{3}}$

f) $8^{\frac{5}{3}}$

8. Écris chaque puissance sous la forme d'un radical.

a) $4^{\frac{2}{3}}$

b) $(-10)^{\frac{3}{5}}$

c) $2,3^{\frac{3}{2}}$

Page 227

9. Un cube a un volume de 350 cm^3 . Écris la longueur d'arête du cube sous la forme d'un radical et sous la forme d'une puissance.

10. Écris chaque puissance sous la forme d'un radical.

a) $48^{\frac{2}{3}}$

b) $(-1,8)^{\frac{5}{3}}$

c) $\left(\frac{3}{8}\right)^{2,5}$

Page 227

11. Écris chaque radical sous la forme d'une puissance.

a) $\sqrt{3,8^3}$ b) $(\sqrt[3]{-1,5})^2$ c) $\sqrt[4]{\left(\frac{9}{5}\right)^5}$
 d) $\sqrt[3]{\left(\frac{3}{8}\right)^4}$ e) $\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^3$ f) $\sqrt[5]{(-2,5)^3}$

12. Évalue chaque puissance sans utiliser de calculatrice.

Page 227

a) $9^{\frac{3}{2}}$ b) $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$ c) $(-27)^{\frac{2}{3}}$
 d) $0,36^{1,5}$ e) $(-64)^{\frac{2}{3}}$ f) $\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{3}{2}}$

13. Écris une forme équivalente de chaque nombre à l'aide d'une puissance ayant l'exposant $\frac{1}{2}$, puis réécris la réponse sous la forme d'un radical.

a) 2 b) 4 c) 10 d) 3 e) 5

Page 227

14. Écris une forme équivalente de chaque nombre à l'aide d'une puissance ayant l'exposant $\frac{1}{3}$, puis réécris la réponse sous la forme d'un radical.

a) -1 b) 2 c) 3 d) -4 e) 4

15. Place ces nombres par ordre croissant. Décris ta stratégie.

$$\sqrt[3]{4}, 4^{\frac{3}{2}}, 4^2, \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Page 227

16. a) Évalue chaque puissance.

I) $16^{1,5}$

II) $81^{0,75}$

III) $(-32)^{0,8}$

IV) $35^{0,5}$

V) $1,21^{1,5}$

VI) $\left(\frac{3}{4}\right)^{0,6}$

b) Quelles puissances en a) aurais-tu pu évaluer sans utiliser de calculatrice? Comment le sais-tu avant de les évaluer?

Réponses

Page 227

Questions

11 à 16

8. a) $\sqrt[3]{4^2}$, ou $\left(\sqrt[3]{4}\right)^2$

b) $\sqrt[5]{(-10)^3}$, ou $\left(\sqrt[5]{-10}\right)^3$

c) $\sqrt{2,3^3}$, ou $\left(\sqrt{2,3}\right)^3$

9. $\sqrt[3]{350}$ cm, $350^{\frac{1}{3}}$ cm

- 10. a)** $\sqrt[3]{48^2}$, ou $(\sqrt[3]{48})^2$
- b)** $\sqrt[3]{(-1,8)^5}$, ou $(\sqrt[3]{-1,8})^5$
- c)** $\sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^5}$, ou $\left(\sqrt{\frac{3}{8}}\right)^5$
- d)** $\sqrt[4]{0,75^3}$, ou $(\sqrt[4]{0,75})^3$
- e)** $\sqrt[5]{\left(-\frac{5}{9}\right)^2}$, ou $\left(\sqrt[5]{-\frac{5}{9}}\right)^2$
- f)** $\sqrt{1,25^3}$, ou $(\sqrt{1,25})^3$

- 11. a)** $3,8^{\frac{3}{2}}$, ou $3,8^{1,5}$
- b)** $(-1,5)^{\frac{2}{3}}$
- c)** $\left(\frac{9}{5}\right)^{\frac{5}{4}}$, ou $\left(\frac{9}{5}\right)^{1,25}$
- d)** $\left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{4}{3}}$
- e)** $\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$, ou $\left(\frac{5}{4}\right)^{1,5}$
- f)** $(-2,5)^{\frac{3}{5}}$, ou $(-2,5)^{0,6}$

12. a) 27 **b)** $\frac{9}{4}$
c) 9 **d)** 0,216
e) 16 **f)** $\frac{8}{125}$

13. a) $4^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{4}$ **b)** $16^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{16}$
c) $100^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{100}$ **d)** $9^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{9}$
e) $25^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{25}$

14. a) $(-1)^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[3]{-1}$ **b)** $8^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[3]{8}$
c) $27^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[3]{27}$ **d)** $(-64)^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[3]{-64}$
e) $64^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[3]{64}$

15. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$, $\sqrt[3]{4}$, $4^{\frac{3}{2}}$, 4^2

- 16. a)**
- | | |
|----------|----------------|
| i) 64 | ii) 27 |
| iii) 16 | iv) 5,916 0... |
| v) 1,331 | vi) 0,841 4... |
- b)** I, II, III, V

Deux nombres dont le produit est "1" sont des **inverses**.

$$\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

alors $\frac{1}{4}$ et 4 sont des inverses

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$$

alors $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont des inverses

Les exposants négatifs

Un exposant négatif fait signal
de changer la base
à la forme **INVERSE**.

Ensuite, on garde l'exposant
.....mais au positif!

Exemples

$$2^{-1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$2^{-2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$2^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$2^{-4}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)$$

Exemples

3^{-1}

$\left(\frac{1}{3}\right)^1$

$\frac{1}{3}$

4^{-2}

$\left(\frac{1}{4}\right)^2$

$\frac{1}{16}$

5^{-3}

$\left(\frac{1}{5}\right)^3$

$\frac{1}{125}$

1^{-4}

$= \left(\frac{1}{1}\right)^4$

$= 1^4$
 $= 1$

Exemples

2^{-5}

$\left(\frac{1}{2}\right)^5$

$\frac{1}{32}$

3^{-4}

$\left(\frac{1}{3}\right)^4$

$\frac{1}{81}$

2^{-7}

$\left(\frac{1}{2}\right)^7$

$\frac{1}{128}$

10^{-3}

$\left(\frac{1}{10}\right)^3$

$\frac{1}{1000}$

Exemples

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$$

$$= 8^1$$

$$= 8$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$= \frac{27}{64}$$

Exemples

$$\left(\frac{-2}{5}\right)^{-3}$$

$$= \left(\frac{-5}{2}\right)^3$$

$$= \frac{-125}{8}$$

$$\left(\frac{-1}{3}\right)^{-4}$$

$$= (-3)^4$$

$$= 81$$

$$\left(\frac{-2}{7}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{-7}{2}\right)^1$$

$$= \frac{-7}{2}$$

$\frac{1}{2^{\boxed{5}}} = 2^5$ <p> $\left(2^{\boxed{5}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ </p>	$\frac{1}{3^{\boxed{3}}} = 3^{\boxed{-3}}$
$\left(\frac{-1}{4}\right)^{-2} = -4^{\boxed{2}}$	$\frac{1}{3^{-\boxed{3}}} = 3^{\boxed{3}}$

Les puissances qui ont un exposant négatif

Si x est un nombre non nul et que n est un nombre rationnel, alors x^{-n} est l'inverse de x^n .

Autrement dit, $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ et $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$, où $x \neq 0$

Exemple 1

Évaluer des puissances qui ont un exposant entier négatif

Évalue chaque puissance.

a) 3^{-2}

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$

c) $0,3^{-4}$

Évalue chaque puissance.

a) 3^{-2}

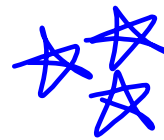
$$= \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= \frac{1}{9}$$

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$

$$= \left(\frac{-4}{3}\right)^3$$

$$= \frac{-64}{27}$$



c) $0,3^{-4}$

$$= \left(\frac{3}{10}\right)^{-4}$$

$$= \left(\frac{10}{3}\right)^4$$

$$= \frac{10\,000}{81}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } 3^{-2} &= \frac{1}{3^2} \\ &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

SOLUTION

$$\text{c) } 0,3^{-4}$$

Utilise une calculatrice.



0.3^-4
123.4567901

$$0,3^{-4} = 123,4567\dots$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(-\frac{3}{4}\right)^{-3} &= \left(-\frac{4}{3}\right)^3 \\ &= -\frac{64}{27} \end{aligned}$$

Travail à compléter:**Page 233****Questions****3 à 8**

Exercices

3. Copie et complète chaque énoncé.

a) $\frac{1}{5^4} = 5^{\square}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2)^{\square}$

c) $\frac{1}{3^{\square}} = 3^2$

d) $\frac{1}{4^{-2}} = 4^{\square}$

4. Évalue les puissances de chaque paire sans utiliser de calculatrice.

a) 4^2 et 4^{-2}

b) 2^4 et 2^{-4}

c) 6^1 et 6^{-1}

d) 4^3 et 4^{-3}

Décris les ressemblances et les différences entre tes réponses.

5. Si $2^{10} = 1\,024$, quelle est la valeur de 2^{-10} ?

6. Réécris chaque puissance avec un exposant positif.

a) 2^{-3}

b) 3^{-5}

c) $(-7)^{-2}$

7. Réécris chaque puissance avec un exposant positif.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

c) $\left(-\frac{6}{5}\right)^{-4}$

8. Évalue chaque puissance sans utiliser de calculatrice.

a) 3^{-2}

b) 2^{-4}

c) $(-2)^{-5}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

f) $\frac{1}{5^{-3}}$