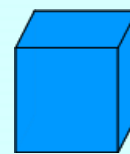
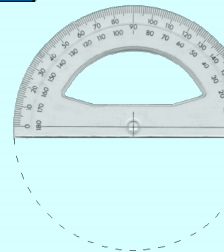


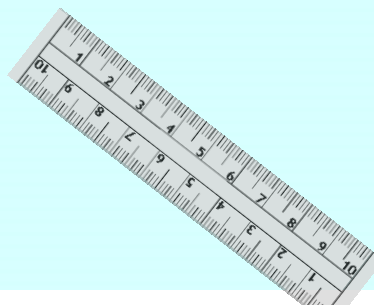
mathématiques 10e année



Salle 108
Mme Barton



le jeudi 4 octobre
2018



Travail à remettre

Page 247

Questions 17, 18, 19

Questions 21, 22, 24, 25

Chapitre 4

Les racines et les puissances

But du cours: AN3

Démontre une compréhension des puissances comportant des exposants rationnels et les radicaux.

4.6 Appliquer les lois des exposants

Produit de puissances:	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Quotient de puissances:	$a^m \div a^n = a^{m-n}$, où $a \neq 0$
Puissance d'une puissance:	$(a^m)^n = a^{mn}$
Puissance d'un produit:	$(ab)^m = a^m b^m$
Puissance d'un quotient:	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, où $b \neq 0$

maths 9e

La loi des exposants pour le produit des puissances

Pour multiplier deux (ou plusieurs) puissances qui ont la même base, on copie la base et on additionne les exposants

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Exemple: $3^4 \times 3^8 = 3^{12}$

Exemples:

$$(1) \quad \underline{4^2} \times \underline{4^3} = 4^5$$

Preuves:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$$

$$(2) \quad (-3)^5 \times (-3)^3 = (-3)^8$$

$$(3) \quad \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$(4) \quad 6^8 \times 6 = 6^9$$

$$(5) \quad (-4) \times (-4)^3 = (-4)^4$$

$$(6) \quad 2^2 \times 2^4 \times 2^3 = 2^9$$

maths 10e

Produit de puissances:

$$X^6 \cdot X^3 = X^9$$

$$m^2 \cdot m^{-5} = m^{-3} = \left(\frac{1}{m}\right)^3$$

$$0,5^{-3} \cdot 0,5^2 = 0,5^{-1} = \left(\frac{5}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

maths 9e La loi des exposants pour le quotient de puissances

Pour diviser deux puissances qui ont la même base, on copie la base et on soustrait les exposants.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

Exemple: $5^7 \div 5^4 = 5^3$

$$(-4)^7 \div (-4)^3 = (-4)^4$$

$$6^8 \div 6 = 6^7$$

$$2^8 \div 2^6 \div 2^2 =$$

$$2^2 \div 2^2 = 2^0 = 1$$

maths 10e

Quotient de puissances:

$$\frac{x^4}{x^2} = x^2$$

$$n^6 \div n^2 = n^4$$

$$\frac{0,5^2}{0,5^{-3}} = 0,5^5$$

$$2^4 \div 2^{-2} = 2^6$$

$$\begin{aligned} 2 - (-3) \\ 2 + (+3) = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 - (-2) \\ 4 + (+2) = 6 \end{aligned}$$

maths 9e

Une puissance d'une puissance

Exprime par une seule puissance.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Exemple:

$$(2^5)^2 = (2^5)(2^5) = 2^{10}$$

Pour les évaluer, on copie la base et on multiplie les exposants!

maths 9e

Exemples:

$$(3^3)^4 = 3^{12}$$

$$(2^6)^3 = 2^{18}$$

$$(5^2)^8 = 5^{16}$$

maths 9e

Exprime par une seule puissance.

$$(4^2)^6 = 4^{12}$$

$$[(-3)^3]^5 = (-3)^{15}$$

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^7 = \left(\frac{1}{3}\right)^{14}$$

maths 10e

Puissance d'une puissance :

$$(n^3)^4 = n^{12}$$

$$(x^2)^{-3} = x^{-6} = \left(\frac{1}{x}\right)^6$$

$$\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^8$$

$$\left[\left(\frac{-1}{3}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{-1}{3}\right)^6$$

maths 9e

Une puissance d'un produit

$$(ab)^m = a^m b^m$$

Exemple:

$$\begin{aligned} (2 \times 4)^2 &= (2^2) \times (4^2) \\ &= 4 \times 16 \\ &= 64 \end{aligned}$$

maths 9e

Exemples:

$$\boxed{(-7) \times 5}^2 = (-7)^2 \times (5)^2$$

$$-(3 \times 2)^3 = -(3)^3 \times (2)^3$$

maths 10e

Puissance d'un produit:

$$(ab)^2 = a^2 b^2$$

$$(nm^2)^4 = n^{12} m^8$$

$$(c^2 d)^3 = c^6 d^3$$

$$(xy^{-1})^2 = x^2 y^{-2}$$

$$= \frac{x^2}{y^2}$$

maths 9e

Une puissance d'un quotient

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad b \neq 0$$

Exemple:

$$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36}$$

Exemples:

maths 9e

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1^3}{4^3} = \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

Puissance d'un quotient :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \text{ où } b \neq 0$$

maths 10e Puissance d'un quotient :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$$

$$\left(\frac{m^2}{n^1}\right)^3 = \frac{m^6}{n^3}$$

$$\left(\frac{c^2}{d^3}\right)^4 = \frac{c^8}{d^{12}}$$

$$\left(\frac{x}{y^2}\right)^5 = \frac{x^5}{y^{10}}$$

Produit de puissances :	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Quotient de puissances :	$a^m \div a^n = a^{m-n}$, où $a \neq 0$
Puissance d'une puissance :	$(a^m)^n = a^{mn}$
Puissance d'un produit :	$(ab)^m = a^m b^m$
Puissance d'un quotient :	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, où $b \neq 0$

Exemple 1

Simplifier des expressions numériques comportant des bases rationnelles

Simplifie chaque expression en une seule puissance. Explique ton raisonnement.

a) $0,3^{-3} \cdot 0,3^5$

b) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-4}\right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^3$

c) $\frac{(1,4^3)(1,4^4)}{1,4^{-2}}$

d) $\left(\frac{7^{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{7^3} \cdot \frac{5}{7^3}}\right)^6$

$$\begin{aligned} \text{a) } 0,3^{-3} \cdot 0,3^5 &= 0,3^2 \checkmark \\ &= 0,09 \end{aligned}$$
$$\begin{array}{r} 0,3 \\ \times 0,3 \\ \hline 0,09 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-4} \right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 \right]^3 \\ \left(-\frac{3}{2} \right)^{-8} \cdot \left(-\frac{3}{2} \right)^6 \\ \text{Évalue:} \\ = \left(-\frac{3}{2} \right)^{-2} = \left(-\frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{4}{9} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \frac{(1,4^3)(1,4^4)}{1,4^{-2}} &= \frac{(1,4)^7}{(1,4)^{-2}} \\
 &= (1,4)^{7-(-2)} \\
 &= \boxed{1,4^9} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \left(\frac{7^{\frac{2}{3}}}{7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{5}{3}}} \right)^6 &= \left(\frac{7^{\frac{2}{3}}}{7^{\frac{6}{3}}} \right)^6 && \frac{2}{3} + \frac{-6}{3} \\
 &= \left(7^{-\frac{4}{3}} \right)^6 && -\frac{4}{3} \\
 &= \boxed{7^{-8}} = \boxed{\left(\frac{1}{7} \right)^8} && -\frac{4}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{-24}{3} = -8
 \end{aligned}$$

SOLUTION

a) $0,3^{-3} \cdot 0,3^5$

Applique la loi du produit de puissances: lorsque les puissances ont la même base, on additionne les exposants.

$$\begin{aligned} 0,3^{-3} \cdot 0,3^5 &= 0,3^{(-3) + 5} \\ &= 0,3^2 \end{aligned}$$

b) $\left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-4} \right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 \right]^3$

Applique d'abord la loi de la puissance d'une puissance: pour chaque puissance, on multiplie les exposants.

$$\left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-4} \right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 \right]^3 = \left(-\frac{3}{2} \right)^{(-4)(2)} \cdot \left(-\frac{3}{2} \right)^{(2)(3)}$$

Applique ensuite la loi du produit de puissances.

$$\begin{aligned} \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-4} \right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 \right]^3 &= \left(-\frac{3}{2} \right)^{-8} \cdot \left(-\frac{3}{2} \right)^6 \\ &= \left(-\frac{3}{2} \right)^{-2} && \text{Réécris la puissance avec} \\ &= \left(-\frac{2}{3} \right)^2 && \text{un exposant positif.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & \frac{(1,4^3)(1,4^4)}{1,4^{-2}} \\
 &= \frac{1,4^{3+4}}{1,4^{-2}} \\
 &= \frac{1,4^7}{1,4^{-2}} \\
 &= 1,4^{7 - (-2)} \\
 &= 1,4^9
 \end{aligned}$$

Applique la loi du produit de puissances.

Applique la loi du quotient de puissances.

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & \left(\frac{\frac{2}{7^3}}{\frac{1}{7^3} \cdot \frac{5}{7^3}} \right)^6 \quad \text{Applique la loi du produit de puissances.} \\
 &= \left(\frac{\frac{2}{7^3}}{\frac{1}{7^3} + \frac{5}{7^3}} \right)^6 \\
 &= \left(\frac{\frac{2}{7^3}}{\frac{6}{7^3}} \right)^6 \quad \text{Applique la loi du quotient de puissances.} \\
 &= \left(\frac{2 \cdot 6}{7^3 \cdot 3} \right)^6 \\
 &= \left(\frac{4}{7^3} \right)^6 \quad \text{Applique la loi de la puissance d'une puissance.} \\
 &= 7^{\left(\frac{4}{3} \right) (6)} \\
 &= 7^{\frac{24}{3}} \\
 &= 7^{-8} \quad \text{Réécrit la puissance avec un exposant positif.} \\
 &= \frac{1}{7^8}
 \end{aligned}$$